文章编号: 1671- 4598(2004) 06- 0550- 03　　中图分类号: TP17; TN712 1　　文献标识码: A

利用谐波平衡法对 Buck 变换器中倍周期分岔的仿真研究

张金波，李　威，张学武，胡　钢，解大琴
(河海大学 计算机及信息工程学院，江苏　常州　213022)

摘要：利用谐波平衡法对 Buck 变换器中的倍周期分岔进行了仿真研究，首先给出了连续控制模式下电压控制型 Buck 变换器的动力学模型，然后采用谐波平衡法进行分析，获得了产生倍周期分岔的充要条件，同时也得到了分岔的准确位置。基于这个分岔条件，可以设计一个前馈控制来避免倍周期分岔的发生。此控制法有利于输入电压工作范围的大幅度扩大，以及较好的输出电压校准。

关键词：倍周期分岔；谐波平衡法；前馈控制

Simulation Study of Period Doubling Bifurcation in Buck Converters Using Harmonic Balance

Zhang Jinbo, Li Wei, Zhang Xuewu, Hu Gang, Xie Daqin
(College of Computer & Information Engineering, Hehai University, Changzhou 213022, China)

Abstract: The period doubling bifurcation in buck converters is studied using the harmonic balance method A dynamic model of a buck converter in continuous conduction mode under voltage mode control is derived An exact harmonic balance analysis is used to obtain a necessary and sufficient condition for a period doubling bifurcation to occur and provide information on its exact location Using the condition for bifurcation, a feedforward control is designed that eliminates a period doubling bifurcation This results in a wider range of allowed source voltage, and also in improved output voltage regulation

Key words: period doubling bifurcation; harmonic balance method; feedforward control

0　引言

近年来，随着对功率电子系统中非线性行为研究的逐步深入，研究人员发现开关式 DC- DC 变换器是一个强非线性时变动力学系统，具有丰富的非线性行为

分岔与混沌。工作在混沌状态的 DC- DC 变换器，输出特性发生了明显的变化，主要表现为变换器的输出纹波中高次谐波分量的增加，峰峰值加大，以及开关管上的尖峰脉冲幅值的大幅度增加现象。因此，研究如何避免 DC- DC 变换器的倍周期分岔，对于提高变换器的性能具有非常重要的指导意义。

1　理论基础[1- 4]

1 1　电压控制型 Buck 变换器的模型

如图 1 所示，由 L、C、R 组成了一个低通滤波器，而且它的转移函数为:

$$G_1(s) = \frac{V_o(s)}{V_d(s)} = \frac{1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1} \tag{1}$$

收稿日期: 2003- 08- 18

作者简介: 张金波(1967-)，男，黑龙江双城市人，副教授，硕士，主要从事电力电子及微机控制方面的教学和科研工作。

对于误差放大器来说，它是由 v_r 和 v_o 驱动的，因此它的输出 $y(t)$ 可表示为:

$$y(t) = gv_r + G_2 v_o \tag{2}$$

其中 G_2 主要取决于控制方案。

对于连续控制模式下电压控制型 Buck 变换器可由图 2 所示系统方框图模拟。

2 2　采用谐波平衡法确定倍周期分岔点

在周期- 1 状态下，开关时间 $t= d$ 由下式决定:

$$y(d) = h(d) \tag{3}$$

当倍周期分岔发生时，即在周期- 2 状态下，开关时间 $t= d-$ 　和 $T+ d+$ 　由下式决定 (其中　是一个微变参数，它在分岔点处为 0):

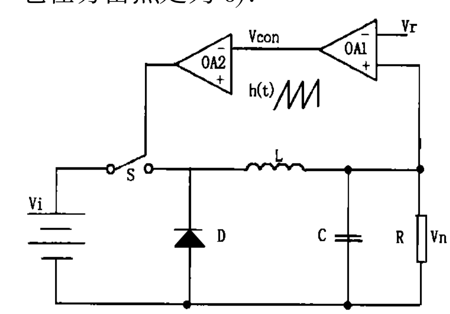

图 1　电压控制型 Buck 变换器

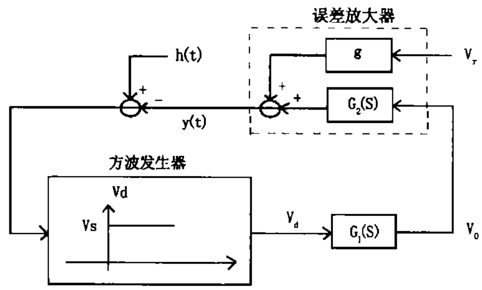

图 2　电压控制型 Buck 变换器方框图

$$y(d- \ )=h(d- \ ) \tag{4}$$

$$y(T+d+ \ )=h(T+d+ \ ) \tag{5}$$

在这里，谐波平衡法用来分析非线性系统的周期解。在 Buck 变换器的稳定状态下，$v_d(t)$ 是一个周期信号并且可以用傅立叶序列来表示。通过 平衡 上述方程 (3)、(4)、(5) 就可以得到周期解存在的条件。然后通过调用周期－1 和周期－2 的解的存在条件，就可以确定倍周期分岔点的准确位置。下面将 v_s 作为分岔参数，其临界值记为 v_s。*

在周期－1 状态下，$v_d(t)$ 的傅立叶序列展开如下：

$$v_d(t)=\sum_{n=-}c_n e^{jnw_s t}$$

其中，$c_n=\dfrac{v_s}{j2n}(e^{-jnw_s d}-e^{-jnw_s T})$　(6)

设占空比 $D_c=1-d/T$，则 $v_d(t)$ 的平均值记为 $[v_d(t)]_{AVE}$。

$$[v_d(t)]_{AVE}=c_0=(1-d/T)v_s=D_c v_s \tag{7}$$

令 $G(s)=G_1(s)G_2(s)$，则误差放大器的输出为：

$$y(t)=gv_r+\sum_{n=-}c_n e^{jnw_s t}G(jnw_s)=$$

$$gv_r+v_s\left((1-\frac{d}{T})G(0)+(\frac{1}{\ })Im\left(\sum_{n=1}\frac{e^{-jnw_s d}-1}{n}e^{jnw_s t}G(jnw_s)\right)\right) \tag{8}$$

可以通过方程 (3) 和 (8) 解出 v_s：

$$v_s=\frac{h(d)-gv_r}{\left(1-\dfrac{d}{T}\right)G(0)+\left(\dfrac{1}{\ }\right)\mathrm{Im}\left[\sum_{n=1}\dfrac{1-e^{jnw_s d}}{n}G(jnw_s)\right]} \tag{9}$$

类似的，在周期－2 状态下，$y(t)$ 可表示为：

$$y(t)=gv_r+\sum_{n=-}c_n e^{\frac{jnw_s t}{2}}G\left(\frac{jnw_s}{2}\right) \tag{10}$$

其中

$$c_n=\begin{cases}\left(\dfrac{v_s}{n}\right)e^{-\frac{jnw_s d}{2}}\sin\left(\dfrac{nw_s}{2}\right) & (n\ 为奇数)\\ \left(\dfrac{v_s}{jn}\right)\left(e^{-\frac{jnw_s d}{2}}\cos\left(\dfrac{nw_s}{2}\right)-e^{-\frac{jnw_s T}{2}}\right) & (n\ 为偶数)\end{cases}$$

令三角波信号的最小值为 v_l，最大值为 v_h，则由方程 (4)、(5)、(10) 解得 v_s

$$v_s=(v_h-v_l)/T/\left[Re-\sum_{k=1}\left(\frac{1}{2k-1}G\left(j\left(k-\frac{1}{2}\right)w_s\right)\sin\left((2k-1)w_2\right)\right)+\frac{1}{2k}G(jkw_s)(\sin(2kw_s))-2e^{jkw_s d}\sin(kw_s)\right)\right] \tag{11}$$

当倍周期分岔发生时，在分岔点处 ＝0，临界电压 v_s，* 可表示为：

$$v_s,*=\frac{(v_h-v_l)/2}{\mathrm{Re}\left[-\sum_{k=1}G\left(j\left(k-\dfrac{1}{2}\right)w_s\right)+\left(1-e^{jkw_s d}\right)G(jkw_s)\right]} \tag{12}$$

将方程 (9) 和 (12) 在同一个坐标系中描绘，则其交叉点即是临界值 (v_s，*，d_*)，这个点就是所要的倍周期分岔点，如图 3 所示。

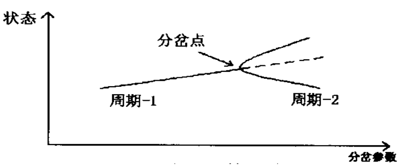

图 3　倍周期分岔原理图

通常情况下，$G(jw)$ 是低通的，将方程 (12) 的分母可近似为－Re $[G(jw_s/2)]$，于是便得到 v_s，* 的近似值：

$$v_s,*=\frac{(v_h-v_l)/2}{-\mathrm{Re}[G(jw_s/2)]} \tag{13}$$

上式说明了系统参数可以影响倍周期分岔的，也可以影响输入电压的工作范围，可通过提高三角波信号的幅度 (v_h-v_l) 或提高开关频率来避免倍周期分岔。

2 3　Buck 变换器的前馈控制

一般情况下，在 DC－DC 变换器中使用前馈控制是为了得到更快的瞬态响应。前馈控制是用来避免倍周期分岔的，而且满足一定条件时，还能提高输出电压的稳定值。令三角波信号的 $v_l=k_l v_s$，$v_h=k_h v_s$

(1) 倍周期分岔的避免

d 的函数的定义：

$$h(d)=2\mathrm{Re}[-\sum_{k=1}G(j(k-1/2)w_s)+(1-e^{jkw_s d})G(jkw_s)] \tag{14}$$

且 $h_{max}=\max_{0<d<T}h(d)$，$h_{min}=\min_{0<d<T}h(d)$，那么方程(12)所示的分岔条件就可写成：

$$h(d)=k_h-k_l \tag{15}$$

因此，如果在选取 k_h 和 k_l 的值时使得 $(k_h-k_l)>h_{max}$ 或 $(k_h-k_l)<h_{min}$，那么就可以避开倍周期分岔。

(2) 输出电压的稳定值的提高

首先，假设开关频率足够高，由于 $G(s)$ 的低通特性，使方程 (9) 可近似为

表 1 控制前后的 Buck 变换器的仿真实验结果

控制前			控制后					
仿真结果			理论值			仿真结果		
v_5	v_0(幅值)	周期	v_5	k_h	k_l	v_5	v_0(幅值)	周期
17V	11.86~ 11.91V	周期- 1	17V	- 0 2059	0 5761	17 9V	11.4~ 11.46V	周期- 1
18V	11.87~ 11.93V	周期- 1	18V	- 0 1944	0 5876	18 3V	11.46~ 11.52V	周期- 1
19V	11.89~ 1195V	周期- 1	19V	- 0 184	0 598	18 5V	11.5~ 11.56V	周期- 1
20V	11.91~ 1198V	周期- 1	20V	- 0 175	0 607	20 2V	11.62~ 11.69V	周期- 1
21V	11.91~ 1198V	周期- 1	21V	- 0 167	0 615	20 8V	11.68~ 11.76V	周期- 1
22V	11.94~ 12 03V	周期- 1	22V	- 0 159	0 623	22V	11.78~ 11.86V	周期- 1
23V	11.96~ 12 05V	周期- 1	23V	- 0 1522	0 6298	23 3V	11.88~ 11.98V	周期- 1
24V	混沌波形		24V	- 0 1458	0 6362	24V	11.96~ 12 06V	周期- 1
25V	11.95~ 12 13V	周期- 2	25V	- 0 14	0 68	25V	12 09~ 12 2V	周期- 1
26V	11.91~ 12 91V	周期- 2	26V	- 0 1346	0 6474	26V	12 14~ 12 24V	周期- 1
27V	11.88~ 12 2V	周期- 2	27V	- 0 1296	0 6524	26 9V	12 21~ 12 32V	周期- 1
28V	混沌波形		28V	- 0 125	0 657	28 2V	12 32~ 12 42V	周期- 1
29V	11.85~ 12 28V	周期- 2	29V	- 0 1207	0 6613	29 2V	12 41~ 12 52V	周期- 1
30V	11.78~ 12 38	周期- 6	30V	- 0 117	0 665	30V	12 48~ 12 6V	周期- 1
31V	混沌波形		31V	- 0 113	0 66	30 6V	12 54~ 12 68V	周期- 1
32V	混沌波形		32V	- 0 1094	0 6726	30 8V	12 6~ 12 74V	周期- 1
33V	混沌波形		33V	- 0 106	0 676	31 1V	12 66~ 12 8V	周期- 1

$$v_s = \frac{v_l + (v_h - v_l)d/T - gv_r}{(1 - d/T)G(0)} \tag{16}$$

然后求解出$\frac{d}{T}$得:

$$\frac{d}{T} = \frac{G(0)\ v_s - v_l + gv_r}{G(0)\ v_s - v_l + v_h} \tag{17}$$

将输出电压的平均值记为 $[v_0]_{AVE}$, 则得到:

$$[v_0]_{AVE} = [v_d]_{AVE}G_1(0) = (1 - d/T)v_sG_1(0) = \left(\frac{v_h - gv_r}{G(0)v_s - v_l + v_h}\right)v_sG_1(0) = \left(\frac{k_hv_s - gv_r}{G(0) - k_l + k_h}\right)G_1(0) \tag{18}$$

因此, 根据 (18), 在固定了一部分参数之后, 增加一个前馈控制环节来调整三角波信号的 v_l, 就可以实现输出电压的稳定值的提高。

综上所述, 由式(18) 调整的 v_l, 又同时满足$(k_h - k_l) > h_{max}$或$(k_h - k_l) < h_{min}$, 那么增加的前馈控制环节不仅可以避免倍周期分岔, 还能实现输出电压的稳定值的提高。

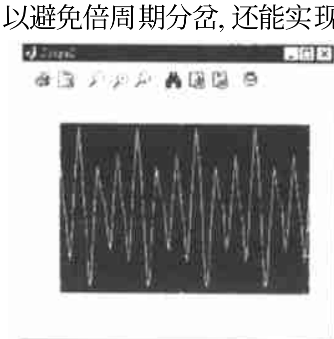

图 4 控制前输出电压 v_o (v_s= 30 V)

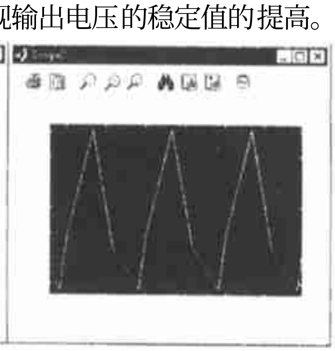

图 5 控制后输出电压 v_o (v_s= 30 V)

3 仿真实验[5]

如图 1 所示电路, 系统参数如下: T = 400 s, L = 20 mH, C = 47 F, R = 22 , 三角波信号 $h(t)$ = 3 8+ 4 4 $[\frac{t}{T}\mathrm{mod}1]$, 误差放大器输出信号 y = 8 4 (v_0- 11. 3)。令输入电压 v_s 为分岔参数, 对上述电路用 MATLAB 中的 Simulink 进行仿真。

在上述的仿真中增加一个前馈控制, 根据方程 (18), 令 $v_h = k_hv_s$ = - 3 5 V, $[v_0]_{AVE}$ = 12 V, 那么 $k_h - k_l$ = - 0 782。由于, h_{max} = 0 358, h_{min} = 0 1792, 即满足 $(k_h - k_l) < h_{min}$。所以, 前馈控制为: v_l = 0 782v_s - 3 5。根据此方案进行仿真实验, 使 v_s 从 17 V 增至 33 V, 步长为 1 V, 实验结果如表 1 所示。

从表 1 中可以看出, 输入电压 v_s 的工作范围已扩大到 18~ 31 V, 而且输出电压 v_o 稳定在 12 V (5%) 范围。以 v_s = 30 V 为例, 控制前后效果对比图如图 4 和图 5 所示。

从图 4 和图 5 中可以看出, 对于 v_s = 30 V, 控制前输出电压 v_o 的波形为周期- 6, 但在控制后输出电压 v_o 的波形被稳定在周期- 1 上。

4 结束语

文章采用谐波平衡法对连续控制模式下电压控制型 Buck 变换器进行了详细的分析, 得出了发生倍周期分岔的条件。基于这个条件, 提出了前馈控制方案, 来调整三角波信号的幅度, (下转第 565 页)

处理，即取平均检验统计量最小者为最终关联对，其计算公式为：

$$\bar{}_{ij^*}(R) = \underset{j^*}{\mathrm{Min}} \frac{1}{R}\sum_{l=1}^{R} {}_{ij^*}(l=R); \quad j^* \quad \{j^*_1, j^*_2, \quad , j^*_q\} \tag{7}$$

3　仿真分析

不失一般性，我们只对 X 方向进行分析。假设两雷达同步采样且扫描周期相同，送到融合中心的航迹数据已经进行时间和空间对准，并采用标准 Kalman 进行滤波。假设有 60 批目标在公共观测区，采用 CV 模型，初始位置与初始速度分别在- 20~ 20 km 和- 0 16 km/s~ 0 16 km/s 之间均匀分布，雷达扫描周期 $T=10$ s，两雷达的过程噪声 $a_x^i(k)$ 和测量噪声 $v_x^i(k)$ 都服从高斯分布，且相互独立 $(i=1, 2)$。其中，雷达 1 和雷达 2 的过程噪声标准差均为 0 2 km，雷达 1 的观测噪声标准差为 0 4 km，雷达 2 的观测噪声标准差为 0 6 km，状态转移矩阵 $= \begin{bmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$，初始滤波误差协方差为 $P(0/0) = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$。采用蒙特卡洛方法进行仿真，仿真次数 50 次，显著水平取 0 05。

仿真结果如图 2、3 所示，可以看出经小波变换处理后双门限法正确关联率在 0 65- 0 95 之间，错误关联率在 0 04- 0 17 之间；而加权法的正确关联率仅在 0 5- 0 8 之间，错误关联率在 0 12- 0 23 之间。由此结果可以得出在密集目标环境下，就关联性能而言，经

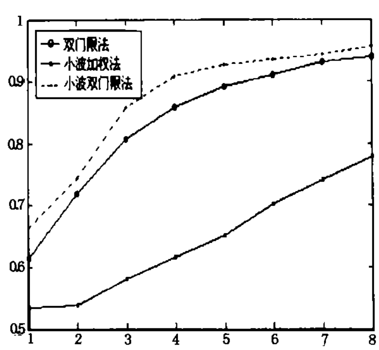

图 2　正确关联曲线

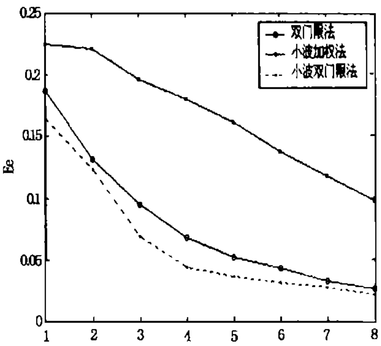

图 3　错误关联曲线

小波变换处理的双门限法比小波加权法有了显著性改善，同时它比普通的双门限关联法也有所提高，由此可以说明此方法的有效性。

4　结论

文章利用小波的多分辨率特性，结合适于在多目标环境下进行关联的双门限关联算法，提出一种基于小波的双门限航迹关联算法，并通过仿真证明该算法是有效的。在文章中并没有考虑航迹关联质量与航迹脱离质量[5]对算法复杂度的影响，如果加入关联质量因子，则将大大减小算法的复杂度，这些都是今后所要考虑的。

参考文献：

[1] Roecker J A, McGillem C D Comparison of two- sensor methods based on state vector fusion and measurement fusion [J] IEEE Trans On AES, 1988, 24 (4): 447- 449

[2] Wilson J F A fuzzy logic multisensors association algorithm [J] SPIE 1997, 3068: 76- 87

[3] 杨福生 小波变换的工程分析与应用 [M] 北京：科学出版社，2000

[4] 覃作鹏，徐毓 一种利用小波变换进行航迹关联的方法 [J] 雷达与对抗，2003, 1: 5- 7

[5] 何友，王国宏 多传感器信息融合及应用 [M] 北京：电子工业出版社，2000

[6] 胡昌华，张军波．基于 MATLAB 的系统分析与设计　小波分析 [M]．西安：西安电子科技大学出版社，2000．

(上接第 552 页)

从而稳定了 Buck 变换器，实现了输入电压工作范围的扩大和输出电压保持良好的恒定。

参考文献：

[1] Fang C C Sampled- data analysis and control of DC- DC switching converters [D] Ph D thesis, University of Maryland, College Park, 1997

[2] Tesi A Abed E H, Genesio R, et al Harmonic balance analysis of period- doubling bifurcations with implications for control of nonlinear dynamics [J]. Automatica, 1996, 32(9): 1255- 1271

[3] Genesio R, Tesi A, Harmonic balance methods for the analysis of chaotic dynamics in nonlinear systems [J]. Automatica, 1992, 28(3): 531- 548

[4] Piccardi C Bifurcations of limit cycles in periodically forced nonlinear systems: the harmonic balance approach [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems- I: Fundamental Theory and Applications, 1994, 41(4): 315- 320

[5] 罗建军，杨琦．精讲多练 MATLAB [M]．西安：西安交通大学出版社，2002．